2020年度 武蔵野美術大学 造形学部 一般選抜 一般方式
数学 基礎デザイン学科･芸術文化学科（90分）

問題 I 次の５問から３問を選んで解答しなさい。

(1) $4a+b$，$2a-3b$ は，小数第１位を四捨五入するとそれぞれ７と１になる実数である。このとき，実数 a，b のとり得る値の範囲を求めなさい。

(2) ６人の子供を３つの組に分けるとき，分け方は何通りあるか求めなさい。ただし，どの組にも少なくとも１人は入るものとする。

(3) 実数全体を全体集合とし，その部分集合を $P=\{x \mid -2 \leqq x < 5\}$，$Q=\{x \mid -3 \leqq x < 4\}$，$R=\{x \mid k-6 < x < k+4\}$（$k$ は定数）とする。
P，Q，R それぞれの条件を p，q，r とするとき，「r であること」が「p または q であること」の必要条件ではあるが十分条件ではないような定数 k のとり得る値の範囲を求めなさい。

(4) １辺の長さが a の正八面体の展開図を１つかきなさい。また，この立体を１つの面と平行な平面で切ったときの断面の周の長さを a を用いて表しなさい。

(5) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=1$ を満たす整数（x, y）の組をすべて求めなさい。

問題 II 2次関数 $y = x^2 - 2ax + 4a$ について，次の各問に答えなさい。ただし，a は定数とする。

(1) この関数のグラフが x 軸と2つの交点をもち，その2つの交点間の距離が2となるような a の値を求めなさい。

(2) y の最小値を $m(a)$ とする。このとき，$m(a)$ を最大にする a の値を求めなさい。

問題 III 1辺の長さが2である正四面体ABCDにおいて，点Aから△BCDに垂線AHを下ろす。次の各問に答えなさい。

(1) $\sin \angle \mathrm{BAH}$ を求めなさい。

(2) 正四面体ABCDの体積 V を求めなさい。

(3) △ABCを，直線AHを軸にして一回転させたとき，△ABCが通過してできる立体の体積 W を求めなさい。

(4) 辺ADの中点をMとし，辺BC上に点P，辺BD上に点Qをとる。このとき，AP + PQ + QMの最小値を求め，そのときの線分比AP：PQ：QMを最も簡単な整数の比で表しなさい。

2020年度 武蔵野美術大学 造形学部 一般選抜 一般方式
数学 基礎デザイン学科･芸術文化学科 解答例

問題Ⅰ

(1)

$4a+b$，$2a-3b$は少数第１位を四捨五入するとそれぞれ７と１になるので，

$\dfrac{13}{2} \leqq 4a+b < \dfrac{15}{2} \cdots$①，$\dfrac{1}{2} \leqq 2a-3b < \dfrac{3}{2} \cdots$②

bを消去して，aの範囲を求めると，

(①×3＋②)÷14より，$\underline{\dfrac{10}{7} \leqq a < \dfrac{12}{7}}$

aを消去して，bの範囲を求めると，

(①－②×2)÷7より，$\underline{\dfrac{1}{2} < b < \dfrac{13}{14}}$

(2)

1人，1人，4人の分け方は，$\dfrac{{}_6C_1 \cdot {}_5C_1}{2!}=15$通り

1人，2人，3人の分け方は，${}_6C_1 \cdot {}_5C_2=60$通り

2人，2人，2人の分け方は，$\dfrac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_2}{3!}=15$通り

$15+60+15=$<u>90通り</u>

(3)

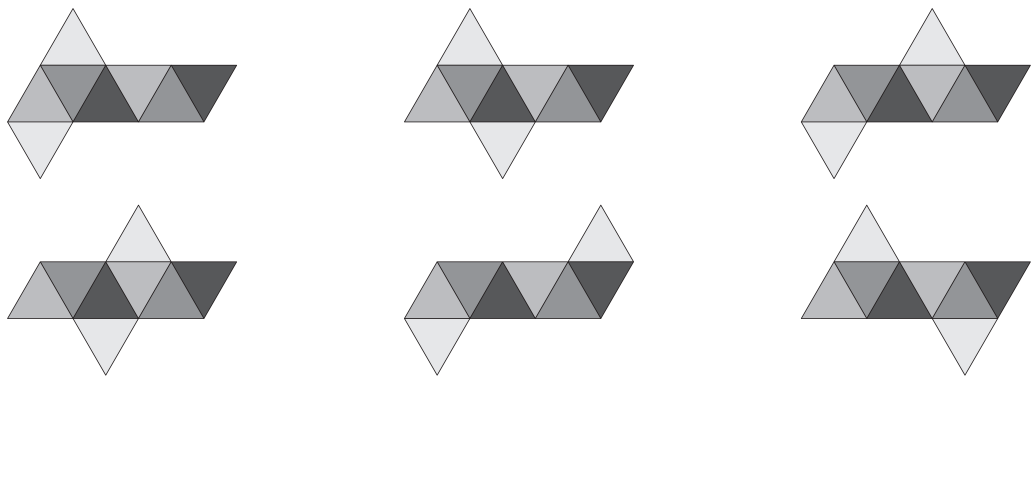
$P \cup Q=\{x \mid -3 \leqq x < 5\}$であり，「$r$であること」が「$p$または$q$であること」の必要条件ではあるが十分条件ではないとき，$(P \cup Q) \subset R$となればよいので，

$k-6<-3$かつ$5 \leqq k+4$となればよい。よって求めるkの範囲は，$\underline{1 \leqq k < 3}$

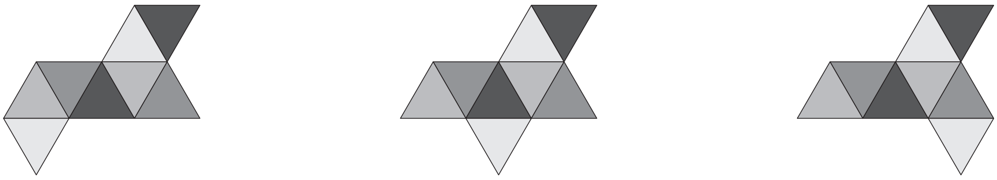
(4)

正八面体の展開図は以下の通り11種類ある。そのうちの１つを答えればよい。

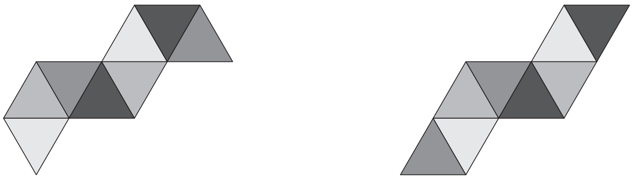
ⅰ）正三角形が６個並ぶタイプ



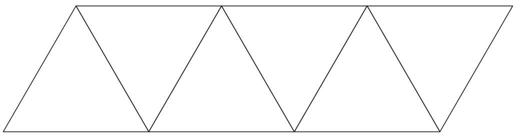
ⅱ）正三角形が５個並ぶタイプ



ⅲ）正三角形が４個並ぶタイプ



また，このときｉ）において側面の展開図は次のようになる。



よって，底面と平行な平面で切った断面の周の長さは常に一定で，その長さは $\underline{3a}$ である。

(5)

$\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=1$ より，$(x-2)(y-3)=6$

よって，$(x-2,\ y-3)=(-6,\ -1),\ (-3,\ -2),\ (-2,\ -3),\ (-1,\ -6),$

$(1,\ 6),\ (3,\ 2),\ (2,\ 3),\ (6,\ 1)$

このうち，$x\neq0,\ y\neq0$ であることから，

$(x,\ y)=\underline{(-4,\ 2),\ (-1,\ 1),\ (1,\ -3),\ (3,\ 9),\ (4,\ 6),\ (5,\ 5),\ (8,\ 4)}$

問題Ⅱ

(1)

$x^2-2ax+4a=0\Leftrightarrow x=a\pm\sqrt{a^2-4a}$ より，

満たすべき条件は $(a+\sqrt{a^2-4a})-(a-\sqrt{a^2-4a})=2$

よって，$2\sqrt{a^2-4a}=2\Leftrightarrow a^2-4a=1\Leftrightarrow a=\underline{2\pm\sqrt{5}}$

(2)

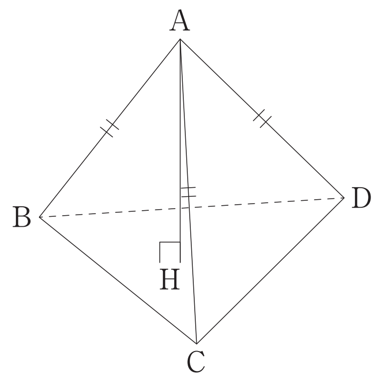
$y=(x-a)^2-a^2+4a$ より，

$m(a)=-a^2+4a=-(a-2)^2+4$ となるので，$m(a)$ を最大にするのは $a=\underline{2}$

2020年度 武蔵野美術大学 造形学部 一般選抜 一般方式
数学 基礎デザイン学科･芸術文化学科 解答例

問題Ⅲ

(1)



$$\mathrm{BH}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sin 60^\circ}=\frac{2}{\sqrt{3}}\text{ より，}\sin\angle\mathrm{BAH}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{2}=\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

(2)

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{BCD}\cdot\mathrm{AH}=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{3}\right)\cdot\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\underline{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

(3)

$$W=\frac{1}{3}\left\{\pi\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2-\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\right\}\cdot\mathrm{AH}=\underline{\frac{2\sqrt{6}}{9}\pi}$$

(4)

AP＋PQ＋QMの最小値は，下の展開図と余弦定理より，

$\sqrt{4^2+1^2-2\cdot 4\cdot 1\cdot\cos 60^\circ}=\underline{\sqrt{13}}$

AP：PM＝1：1，PQ：QM＝BP：DM＝1：2より，

AP：PQ：QM＝$\underline{3:1:2}$