問題 I 次の(1)～(3)の各問に答えよ。

(1) a を整数とする。連立不等式 $\begin{cases} 2x - 1 > 5x + 2 & \cdots① \\ 3x + a \geqq -x + 1 & \cdots② \end{cases}$ について，

不等式①の解は $x <$ $\boxed{\text{アイ}}$ であり，①と②を同時に満たす整数 x がちょうど3個あるとき，a の最大値は $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) $p \geqq 4$ とする。

2次関数 $y = -x^2 - 2x - 13$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動して得られる2次関数を $f(x)$ とする。

$0 \leqq x \leqq 6$ における $f(x)$ の最大値が12，最小値が -13 であるとき，$p =$ $\boxed{\text{オ}}$，$q =$ $\boxed{\text{カキ}}$ である。

(3) $x < y$ とする。x，5，y がこの順に等差数列になり，x，y，81 がこの順に等比数列になるとき，$(x, y) = ($ $\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ $)$ である。さらに，$\dfrac{1}{x}$，$\dfrac{1}{z}$，$\dfrac{1}{y}$ がこの順に等差数列になるとき，$z = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

問題 II 最初に原点 O にある点 P が次の規則に従って数直線上を移動する試行を考える。

【試行の規則】

規則 1	サイコロを 1 個投げて出た目を a とする。
規則 2	次に，コインを 1 枚投げて表が出たら点 P は正の向きに a だけ移動し，裏が出たら負の向きに a だけ移動する。

この試行を繰り返し行う。

1 回の試行により点 P が到達した点の座標を x_1，
2 回の試行により点 P が到達した点の座標を x_2，
3 回の試行により点 P が到達した点の座標を x_3
とする。

(1) $-2 \leqq x_1 \leqq 3$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2) $x_2 = 0$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(3) $x_3 = 0$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

問題 III　AB $=5$，BC $=$ CD $=4$，DA $=1$，$\angle$ABC $=60^\circ$ である四角形 ABCD において，対角線 AC と BD の交点を E とする。

(1)　AC $=\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$，$\angle$ADC $=\boxed{\text{ウエオ}}^\circ$ である。

(2)　四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3)　$\dfrac{\text{DE}}{\text{BE}}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，$\dfrac{\text{CE}}{\text{AE}}=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4)　$\triangle$ADE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(5)　直線 AB と CD の交点を F とすると，$\dfrac{\text{AF}}{\text{AB}}=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

問題 IV 次の(1)～(3)の各問に答えよ。

(1) x，y を実数とする。$x < y$ であることは，$x^2 < y^2$ であるための $\boxed{\text{ア}}$ 。

$\boxed{\text{ア}}$ には，次の①～④から当てはまるものを1つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが，十分条件でない

③ 十分条件であるが，必要条件でない

④ 必要条件でも十分条件でもない

(2) △ABC において，AB = c，BC = a，CA = b とする。

$a^2 + b^2 = c^2$ であることは，△ABC が直角三角形であるための $\boxed{\text{イ}}$ 。

$\boxed{\text{イ}}$ には，次の①～④から当てはまるものを1つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが，十分条件でない

③ 十分条件であるが，必要条件でない

④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) a を定数として，集合 A，B，C を次のように定める。

$$A = \{x \mid x^2 - (2a + 2)x + a^2 + 2a < 0\}$$
$$B = \{x \mid 3x - 2a + 1 > x - a + 3\}$$
$$C = \{x \mid 5x + 2a - 3 > 7x - 4a + 1\}$$

$B \cap C \neq \emptyset$ のとき，a のとり得る値の範囲は $a > \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

また，$x \in A$ であることが，$x \in B \cap C$ であるための十分条件であるが必要条件でないとき，a のとり得る値の範囲は a $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ には，次の①～⑤から当てはまるものを1つ選べ。

① $=$　　② $\leqq$　　③ $<$　　④ $\geqq$　　⑤ $>$

問題 V 関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^3 |4t^2-8xt+3x^2|\,dt$ について考える。

(1) $G(t)=\displaystyle\int (4t^2-8xt+3x^2)\,dt$ とおくと，

$G(t)=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}t^3-\boxed{\text{ウ}}\,xt^2+\boxed{\text{エ}}\,x^2t+C$ （C は積分定数）である。

(2) $x\leqq\boxed{\text{オ}}$ または $\boxed{\text{カ}}\leqq x$ のとき，$f(x)=\boxed{\text{キ}}\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)^{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) $2\leqq x\leqq\boxed{\text{カ}}$ のとき，$f(x)=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x^3-\boxed{\text{シ}}\left(x-\boxed{\text{ス}}\right)^{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(4) $\boxed{\text{ソ}}\leqq x\leqq 2$ のとき，$f(x)=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}x^3+\boxed{\text{ツ}}\left(x-\boxed{\text{ス}}\right)^{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(5) $f(x)$ の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

数学の問題はここまでです。

数学　解答例

問題 I

問	（1）				（2）			（3）			
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
解答	−	1	2	0	6	2	4	1	9	9	5

問題 II

問	（1）			（2）			（3）		
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
解答	5	1	2	1	1	2	5	9	6

問題Ⅲ

問	（1）					（2）		（3）				
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
解答	2	1	1	2	0	6	3	1	5	1	6	5

問	（4）				（5）		
	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
解答	5	3	2	1	7	2	5

問題Ⅳ

問	(1)	(2)	（3）			
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
解答	4	3	6	5	5	2

問題Ⅴ

問	（1）				（2）				
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
解答	4	3	4	3	0	6	9	2	2

問	（3）					（4）				（5）		
	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ
解答	4	3	9	2	2	0	4	3	9	2	7	4