問題 I 次の(1)～(3)の各問に答えよ。

(1) $x = \dfrac{1}{1 + \sqrt{2}}$，$y = \dfrac{1}{2 - 2\sqrt{2}}$ のとき，$x + y = \dfrac{\boxed{\text{アイ}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$，

$xy = \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるので，$x^2 + y^2 = \dfrac{\boxed{\text{クケ}} - \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(2) α，β は鋭角とする。$\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$，$\cos\beta = \dfrac{1}{4}$ のとき，

$\sin\beta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，$\cos 2\alpha = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$，

$\cos(\alpha + \beta) = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} - \sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を初項 1，公差 3 の等差数列とし，

数列 $\{b_n\}$ を初項 -2，初項から第 10 項までの和が 70 である等差数列とする。

$a_n = \boxed{\text{ネ}}\,n - \boxed{\text{ノ}}$，$b_n = \boxed{\text{ハ}}\,n - \boxed{\text{ヒ}}$ であるので，

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = n\left(\boxed{\text{フ}}\,n^2 - \boxed{\text{ヘ}}\,n + \boxed{\text{ホ}}\right)$ である。

問題 II　2つの箱 A，B があり，A には白球が 4 個，B には赤球が 4 個入っている。次の規則に従って A と B の間で球の移動を行う。

【規則】

規則 1	コインを 1 枚投げ，表が出たら A，裏が出たら B の箱を選ぶ。
規則 2	サイコロを 1 個投げ，2 以下の目が出たら玉を 1 個だけ，3 以上の目が出たら球を 2 個だけ，選んだ箱から取り出しもう一方の箱に入れる。
規則 3	どちらか一方の箱が空になるまで移動を繰り返す。

このとき，次の各問に答えなさい。

(1)　1 回目の移動で，A に赤球が 2 個ある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2)　2 回目の移動で，どちらか一方の箱が空になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3)　(1) の事象が起きたとき，2 回目の移動で，初めの状態に戻る確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(4)　2 回目の移動で，初めの状態に戻る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

問題 III　AB = 6，BC = $4\sqrt{3}$，CA = $2\sqrt{3}$ である△ABC の重心を G，直線 AG と辺 BC の交点を D とする。

(1) BD = $\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$\dfrac{\mathrm{GD}}{\mathrm{AG}} = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

(2) AD = $\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$，∠ADC = $\boxed{キク}$°である。

以下，2 直線 BC，AG に接し，中心が直線 BC に対して A と同じ側にある円を考える。このような円のうち，直線 BC と B で接する円を O_1，直線 BC と C で接する円を O_2 とし，円 O_1，O_2 の中心をそれぞれ P_1，P_2 とする。

(3) △DP_1P_2 の面積は $\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}$ である。

(4) 2 円 O_1，O_2 の外側にあって，2 円 O_1，O_2 と直線 BC で囲まれた図形を T とする。図形 T の面積は $\boxed{サシ}\sqrt{\boxed{ス}} - \dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}\pi$ である。

問題 IV 曲線 $C : y = |x^2 - 2x|$ と直線 $l : y = ax$ で囲まれた部分の面積 S を求めたい。
ただし，a は定数で，$0 < a < 2$ とする。

(1) C と l の共有点の x 座標は $x = 0$，$\boxed{\text{ア}} \pm a$ である。

(2) 曲線 $y = -(x^2 - 2x)$ と直線 l で囲まれた部分の面積は，$\dfrac{(\boxed{\text{イ}} - a)^{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，

曲線 $y = x^2 - 2x$ と曲線 $y = -(x^2 - 2x)$ で囲まれた部分の面積は，$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) $S = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} a^{\boxed{\text{コ}}} + \boxed{\text{サ}} a^{\boxed{\text{シ}}} - \boxed{\text{ス}} a + \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(4) S の最小値は $\dfrac{8(\boxed{\text{タチ}} - \boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}})}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

数学の問題はここまでです。

数学　解答例

問題Ⅰ

問	（1）											
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
解答	－	3	2	2	－	1	2	1	5	6	2	4

問	（2）										
	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
解答	1	5	4	7	9	2	2	1	5	1	2

問	（3）						
	ネ	ノ	ハ	ヒ	フ	ヘ	ホ
解答	3	2	2	4	2	5	1

問題Ⅱ

問	（1）		（2）		（3）			（4）			
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
解答	1	3	2	9	1	4	5	7	2	7	0

問題Ⅲ

問	（1）				（2）				（3）	
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
解答	2	3	1	2	2	3	6	0	8	3

問	（4）					
	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
解答	1	6	3	2	2	3

数学　解答例

問題Ⅳ

問	(1)	(2)				
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
解答	2	2	3	6	8	3

問	(3)								
	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ
解答	−	1	6	3	3	2	2	4	3

問	(4)					
	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ
解答	2	3	1	6	2	3