

問題Ⅰ 次の(1)～(3)の各問に答えよ。

(1) $9xyz + 2x^2y + 2y^2z + 2xz^2 + 4x^2z + 4xy^2 + 4yz^2 \cdots \cdots$ ① を x について整理すると、

$$(\boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}}z)x^2 + (\boxed{\text{ウ}}y^2 + \boxed{\text{エ}}yz + \boxed{\text{オ}}z^2)x$$

+ $(\boxed{\text{カ}}y^2z + \boxed{\text{キ}}yz^2)$ であるから、①を因数分解すると、

$$(x + \boxed{\text{ク}}y)(y + \boxed{\text{ケ}}z)(z + \boxed{\text{コ}}x) \text{ である。}$$

(2) a を正の整数とする。2 次方程式 $2x^2 - 2(a+1)x + a = 0$ が $0 < x < 2$ の範囲に異な

$$\text{る 2 つの実数解をもつとき、} a = \boxed{\text{サ}} \text{ であり、実数解は } x = \frac{\boxed{\text{シ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

$$(3) \frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$$

$$= \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \left\{ \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} - \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \right\} \text{ と変形できるから、}$$

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{8}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)} = \frac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{トナニ}}} \text{ である。}$$

問題 II A と B の 2 人が次の<規則>に従ってゲームをする。

<規則>

- ・ 初めに A は白球 2 個，赤球 1 個が入った袋を持ち，B は白球 1 個，赤球 2 個が入った袋を持っている。
- ・ A と B はそれぞれの袋から 1 個ずつ球を取り出し，取り出した球の色が同じとき A の勝ちとし，球の色が異なるとき B の勝ちとする。球の色を確認して取り出した球を交換し，自分の袋に戻す。
- ・ 3 回続けて勝った者を優勝とし，ゲームを終了する。

(1) A が 1 回目のゲームで勝つ確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) A が 3 回目のゲームで優勝する確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ である。

(3) A が 4 回目のゲームで優勝する確率は $\frac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシスセ}}}$ である。

問題 III $\triangle ABC$ において、 $AB = 8$ 、 $BC = 7$ 、 $CA = 5$ とする。辺 AB を $5:3$ に内分する点を P 、
 辺 BC を $8:5$ に内分する点を Q 、直線 PQ と直線 AC の交点を R 、 $\triangle BCP$ の外接円の中心を
 O とする。

(1) $\angle BAC = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{ウエ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $\frac{CR}{RA} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり、 $AR = \boxed{\text{ク}}$ である。

(3) $\triangle BCP$ の外接円と点 R の位置関係として正しい記述は $\boxed{\text{ケ}}$ であり、

$$OR = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ である。}$$

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを次の①～③から 1 つ選べ。

- ① R は $\triangle BCP$ の外接円の外側にある。
- ② R は $\triangle BCP$ の外接円の円周上にある。
- ③ R は $\triangle BCP$ の外接円の内側にある。

(4) 三角形の面積については、 $\triangle BQR = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}} \triangle BCR = \frac{\boxed{\text{タチ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(5) 点 O を中心とする半径 $\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ の球面上に点 S をとる。四面体 $BQRS$ の体積

の最大値は $\frac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

問題 IV p, q を実数とし, $q > 0$ とする。整数全体の集合を U とし, その部分集合を,

$$A = \{x | x^2 - 2x - 15 \geq 0\}, B = \{x | |x - p| \leq q\}, C = \{x | x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$$

とする。 U の部分集合 X の補集合を $\bar{X}$, X の要素の個数を $n(X)$ と表す。

(1) $n(B) = s, n(B \cap C) = t, n((\bar{A} \cup B) \cap C) = u$ とする。

$p = 3, q = 4$ のとき, $s = \boxed{\text{ア}}, t = \boxed{\text{イ}}, u = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $\bar{A} = B$ であるための必要十分条件は, p, q が

$$\boxed{\text{エオ}} < p - q \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} p + q < \boxed{\text{シ}}$$

を満たすことである。

$\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{サ}}$ については以下の記号群から, $\boxed{\text{ケ}}$ については以下の語群から正しいものを選べ。

<記号群>

① $<$

② $\leq$

<語群>

① かつ

② または

問題 V a, b を実数とする。

座標平面上に曲線 $C_1: y = f(x)$, $C_2: y = -2x^2 + ax + 6$, $C_3: y = x^2 + x$ がある。

C_1 と C_2 は共有点 P をもち、 P における接線が一致している。

また、 C_1 は点 $(1, 6)$ を通り、関数 $f(x)$ は等式 $\int_0^x f(t) dt = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + bx^2 + 2x$ を満たしている。

(1) $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) m を実数とする。

直線 $y = mx + 1$ と C_3 で囲まれた図形の面積の最小値は、 $m = \boxed{\text{ウ}}$ のとき $\frac{\boxed{\text{エ}}}{3}$

である。なお、次の公式を使ってもよい。

$$\int_a^\beta (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

(3) t は $0 < t < 2$ を満たす定数とする。

$t \leq x \leq 2$ の範囲で C_2 , C_3 と直線 $x = t$ で囲まれた図形の面積を S_1 , $2 \leq x \leq t + 2$ の範囲で C_2 , C_3 と直線 $x = t + 2$ で囲まれた図形の面積を S_2 とすると、

$S = S_1 + S_2 = \boxed{\text{オ}} t^3 + \boxed{\text{カ}} t^2 - \boxed{\text{キ}} t + \boxed{\text{クケ}}$ である。

したがって、 S の最小値は、 $t = \frac{\boxed{\text{コサ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ のとき、

$\frac{\boxed{\text{セソ}} - \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

数学の問題はここまでです。

数学 (一般方式) 解答

問題Ⅰ

問	(1)										(2)			
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
解答	2	4	4	9	2	2	4	2	2	2	1	2	2	2

問	(3)							
	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ
解答	1	4	3	2	0	4	8	3

問題Ⅱ

問	(1)		(2)				
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
解答	4	9	6	4	7	2	9

問	(3)						
	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ
解答	2	5	6	6	5	6	1

問題Ⅲ

問	(1)					(2)			(3)			
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
解答	6	0	1	0	3	3	8	8	2	7	3	3

問	(4)						(5)				
	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ
解答	8	1	3	4	8	3	1	1	2	1	3

問題Ⅳ

問	(1)				(2)							
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ
解答	9	4	5	—	3	2	—	2	1	4	2	5

問題Ⅴ

問	(1)		(2)	
	ア	イ	ウ	エ
解答	4	2	1	4

問	(3)											
	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ
解答	2	3	6	1	0	—	1	5	2	2	7	5