氏　　　　名	ZHAO YAN（チョウ ガン）
学 位 の 種 類	博士（環境形成）
学 位 記 番 号	博第 49 号
学 位 授 与 日	2025 年 3 月 14 日
学位授与の要件	学位規則第３条第１項第３号該当
論 文 題 目	**中国民間剪紙パターンの対称性に関する数理的研究** **―折ると切るによる紙のシンメトリーな造形の新たな可能性の探究―**
審 査 委 員	主査　武蔵野美術大学　教授　　　寺山 祐策
	副査　武蔵野美術大学　名誉教授　圓山 憲子
	副査　武蔵野美術大学　教授　　　古堅 真彦
	副査　武蔵野美術大学　教授　　　中野 豪雄

内　容　の　要　旨

本研究は、1500 年以上の歴史を持つ中国の伝統的造形物「剪紙」を数学的に解析するものである。紙を折ると切るによって生成される対称性の観点から、剪紙の対称性パターンの形成原理を詳細に明らかにする。

本論文の第 1 章から第 3 章までは、「剪紙の対称性とは何か」を出発点とし、対称性に関する数学的知見を整理した。剪紙パターンとしての平面図形は、有限図形と無限図形に区別され、それぞれの対称性は線対称、回転対称、およびそれらの組み合わせ、無限図形の場合は帯状文様とその対称群（フリーズ群）か、または壁紙文様とその対称群（壁紙群）に分類される。剪紙を作成するときの用紙の折り方と切り方を設定することにより、現存の剪紙パターンが実現可能な対称性は、有限図形の場合は鏡映および二面体群があり、無限図形の場合はフリーズ群の 3 種類および壁紙群の 4 種類の対称性類型に限られ、即ち有限図形と無限図形の場合の対称群がすべて剪紙パターンによって実現されるわけではないという結論を示す。なぜそのような制約が生じるのかを明らかにするために、用紙を折るときの折り線やそれらの交点から生じる対称操作（平面の合同変換）に関する群論的な考察を通して、剪紙パターンの対称性の特徴を同定する。これらの特徴的な性質により、中国民間剪紙パターンとしての対称性を原理的に解明することで、対称性に基づく剪紙創作の新たな可能性を示唆した。

また、剪紙パターンの対称性類型を解明することによって、剪紙に関する歴史研究や民俗学的研究、モチーフの意味論的研究に新たな視点からの研究を提起するものであると考えられる。

第 4 章と第 5 章では、従来の剪紙の折り方では可能な対称性が限られることから、「一

刀切り」という数理的研究（「直線骨格法」と「ディスクパッキング法」）を応用して、用紙を局所的に折ることを繰り返し、新たな対称性を持つパターンの生成実験を行った。その結果、従来の剪紙では生成できなかったフリーズ群（p111、p1m1、p112、p1a1）および壁紙群の対称性類型 p1 を実現した。

また、直線骨格法の欠点を回避するためのアプローチであるディスクパッキング法の有効性を検討した。この方法により、先の直線骨格法で実現した 5 類型以外の対称性を実現するための可能性についても詳しく検証した。加えて、ディスクおよび折り線の厳密な配置をコンピュータによる数値計算で最適化する必要性を述べた。

まとめでは、第 5 章の分析結果をさらに発展させ、紙そのものの物理的な制限（厚みや用紙の有限性）を克服するため、ディスクパッキング法に基づいたソフトウェアの開発を進め、折ると切るによる二次元の剪紙パターンの周期的および非周期的な対称性類型の実現への取り組みを述べた。

今後の一つの具体的課題として、二次元空間における平面の合同変換（鏡映、回転、平行移動、およびすべり鏡映）から構成される対称性の群による剪紙パターンの実現の可能性を探求することを述べた。

審 査 結 果 の 要 旨

【論文の概要】

本研究は、1500 年以上の歴史を持つ中国の伝統的造形物「剪紙」を数学的に解析するものである。紙を折り、切ることによって生成される対称性の観点から、剪紙の対称性パターンの形成原理を詳細に明らかにする。

本論文の第 1 章から第 3 章までは、「剪紙の対称性とは何か」を出発点とし、対称性に関する数学的知見が整理された。剪紙パターンとしての平面図形は、有限図形と無限図形に区別され、それぞれの対称性は線対称、回転対称、およびそれらの組み合わせ、無限図形の場合は帯状文様とその対称群（フリーズ群）か、または壁紙文様とその対称群（壁紙群）に分類される。剪紙を作成するときの用紙の折り方と切り方を設定することにより、現存の剪紙パターンにおいて実現可能な対称性は、有限図形の場合は鏡映および二面体群であり、無限図形の場合はフリーズ群の 3 種類および壁紙群の 4 種類の対称性類型に限られ、即ち有限図形と無限図形の場合の対称群がすべて剪紙パターンによって実現されるわけではないという結論が示された。なぜそのような制約が生じるのかを明らかにするために、用紙を折るときの折り線やそれらの交点から生じる対称操作（平面の合同変換）に関する群論的な考察を通して、剪紙パターンの対称性の特徴を同定した。これらの特徴的な性質により、中国民間剪紙パターンとしての対称性を原理的に解明することで、対称性に基づく剪紙創作の新たな可能性が示唆されている。

また、剪紙パターンの対称性類型を解明することによって、剪紙に関する歴史研究や民俗学的研究、モチーフの意味論的研究に新たな視点からの研究を提起するものである。

第４章と第５章では、従来の剪紙の折り方では可能な対称性が限られることから、「一刀切り」という数理的研究（「直線骨格法」と「ディスクパッキング法」）を応用して、用紙を局所的に折ることを繰り返し、新たな対称性を持つパターンの生成実験を行った。その結果、従来の剪紙では生成できなかったフリーズ群（p111、p1m1、p112、p1a1）および壁紙群の対称性類型（p1）を実現した。

また、直線骨格法の欠点を回避するためのアプローチであるディスクパッキング法の有効性が検討された。この方法により、剪紙の対称性の制約を脱却する可能性があり、特にこの方法による剪紙パターンの再現可能性の探求が意識され詳しく検証されている。加えて、ディスクおよび折り線の厳密な配置をコンピュータによる数値計算で最適化する必要性が述べられている。

第５章で述べた分析結果をさらに発展させ、現実の紙には物理的な制限（厚みや用紙の有限性）を克服するため、ディスクパッキング法に基づいたソフトウェアの開発を進め、折ると切るによる二次元の剪紙パターンの周期的および非周期的な対称性類型の実現に取り組んでいる。

さらに、二次元空間における平面の非自明な対称性が生じる合同変換である鏡映、回転、平行移動、およびすべり鏡映の４種類から構成される対称性の群に基づいた剪紙パターンの造形表現の可能性や剪紙造形の高次元化について、今後の探求課題が提示された。

【審査の概要】

公聴会は2025年１月24日(金)14時より本学鷹の台キャンパス９号館312教室にて、対面とZoomも併用して行われた。会場では実作された剪紙パターンも多く展示された。1時間ほどの発表を受けて後、活発な質疑応答が行われた。

その後、提出された申請論文に対する審査委員会が鷹の台キャンパス（9号館306）にて厳正に開催された。

【審査の結果報告】

最初に予備論文審査において指摘された点《・数学的な説明、既存研究の証明部分が冗長である。・シンメトリーを具体的な剪紙パターンの例を用いて補強するべきである。・一刀切りによる対照性の生成実験において、対称性類型の種類を増やし、具体例を提示すべきである。・本研究に含まれる新たな造形の可能性を明確にすべきである。》等が、解消されているかどうかについて以下検討された。

数学的理論に関して冗長性が解消され、明快な論理展開になり論文の完成度に大きく寄与している。また、シンメトリーの説明においては具体的な図を多用し、剪紙パターンの実例を交えたことで理解しやすくなった。一刀切りによる対称性の説明について、多くの

実例を提示し、論文内で詳細に議論されている。等の意見が出され指摘された問題点について、適切な修正が行われたと判断された。その上で本研究の評価が検討された。

本研究は中国の剪紙芸術に対してその潜在的構造を数学的知見から明らかにした点で、これまでにない特筆すべき研究である。本論文では数理的な対称性の研究によって、現実化されていない剪紙パターンを明快に特定している。その上で対称性の実現問題に関する分析を行い､従来の実現方法と比較した上で新たな数理的手法｢一刀切り｣と｢ディスクパッキング法」の剪紙への具体的な展開、実験を試みている。つまり数理的に作れない対称性を明らかにするのみならず、新しい手法による対称性の実現可能性を示したことに本研究の価値があると評価された。数学的な厳密性を保ちつつ、造形学の分野に応用しようとする姿勢が高く評価された。

最終的に、趙岩の論文は博士論文として十分な完成度に達しており、全員によって合格と判断された。今後さらに本研究を基盤として剪紙造形の新たな可能性と仮想空間上の新たなシンメトリー造形、デザインの提示が期待される。

〈目次〉

序 章
　研究背景
　問題提起
　本論文の構成と要旨

第 1 章 剪紙とその対称性
　1.1 剪紙パターンの対称性
　1.2 剪紙パターンの対称性の事例
　1.3 平面図形の対称性
　　1.3.1 有限図形の対称性
　　1.3.2 無限図形の対称性
　1.4 剪紙の対称性とその制約

第 2 章 剪紙パターンの対称性の特徴
　2.1 群
　2.2 平面の合同変換
　2.3 合同変換の偶奇性
　2.4 剪紙パターンの対称性類型（有限図形と帯状文様の場合）
　　2.4.1 剪紙パターン（有限図形）
　　2.4.2 剪紙パターン（帯状文様）
　まとめ

第 3 章 剪紙パターンと壁紙群
3.1 壁紙群とその性質
3.2 繰り返し文様としての剪紙パターン
3.2.1 繰り返し文様の生成と対称性
3.2.2 繰り返し文様としての剪紙パターン
3.3 事例分析
3.4 剪紙パターンによる壁紙群の実現問題
3.4.1 剪紙ユニットの性質
3.4.2 剪紙ユニットによる剪紙パターンの実現
3.5 壁紙群の対称性の特徴
3.5.1 長方形、正方形、菱形、平行四辺形周期格子
3.5.2 正六角形周期格子の実現問題
まとめ

第 4 章 剪紙パターンの対称性類型の拡張
4.1 一刀切りにより剪紙パターンの実現
4.2 一刀切り問題
4.1.1 一刀切りの直線骨格法
4.1.2 単頂点平坦折りの条件
4.3 直線骨格法による剪紙パターン（フリーズ群）の実現
4.4 直線骨格法による剪紙パターン（壁紙群）p1 の実現
まとめ

第 5 章 一刀切り（円板充填法）による新たな剪紙造形の可能性
5.1 ディスクパッキング法と一刀切り
5.2 ディスクの配置
5.3 平行オフセット
5.3.1 オフセットのプロセス
5.3.2 オフセットグラフの面の分解
5.4 3 角形分子
5.5 4 角形分子（万能分子）
5.5.1 折り紙設計における基本形
5.5.2 木の条件
5.5.3 万能分子の「実効パス」と「実効多角形」
5.5.4 縮小多角形の縮小の下限
5.5.5 4 角形分子における実効パスの生成条件
5.5.6 4 つのディスクからなる 4 角分子

5.6 4 つのディスクからなる 3 角形分子の改善
5.7 分子グラフを折り畳み
5.7.1 分子木
5.7.2 山・谷折りの割当て
5.7.3 分子の接合
5.8 外部分子の沈め折り
5.9 試作
まとめ

結　論

謝　辞
註
図版の出典